

Journées du projet ANR Graal

Arbres et graphes aléatoires

1-2 juin 2015

◁ ◁ ◊ ▷ ▷

Lundi 1er juin

- 14h : accueil
- 14h10-15h : **Jérémi Bettinelli** (CNRS, Institut Cartan, Université de Lorraine)
Une bijection pour les cartes non-orientables

Récemment, Chapuy et Dolega ont trouvé une bijection entre les quadrangulations biparties d'une surface non-orientable et les cartes à une face de la même surface, dont les sommets sont étiquetés. Cette bijection généralise la bijection de Chapuy, Marcus et Schaeffer qui se concentrait sur les surfaces orientables et qui généralisait la fameuse bijection de Cori, Vauquelin et Schaeffer entre les quadrangulations planes et les arbres bien étiquetés.

Au cours de cet exposé, nous allons un pas plus loin en présentant une bijection entre les cartes générales d'une surface non-orientable donnée et certaines cartes étiquetées à une face de la même surface. Cette bijection généralise à la fois la bijection de Chapuy et Dolega et celle de Bouttier, Di Francesco et Guitter pour les cartes planes générales.

- 15h-15h50 : **Charles Bordenave** (CNRS, Institut de Mathématiques, Université de Toulouse)
Spectre "sans marche en arrière" des graphes aléatoires

La matrice d'Hashimoto "sans marche arrière" est une matrice non-symétrique sur les arêtes orientées d'un graphe dont les puissances dénombrent les marches sans marche arrière immédiate. Cette matrice a des propriétés algébriques intéressantes, elle apparaît en lien avec la fonction zeta d'Ihara, dans des généralisations des graphes de Ramanujan et, plus récemment, dans le contexte de la détection de communauté. Dans cet exposé, nous étudierons les plus grandes valeurs propres de cette matrice pour les ensembles classiques de graphes aléatoires, graphe d -régulier uniforme, graphe d'Erdos-Rényi $G(n, c/n)$, modèle stochastique par bloc, etc.

Travail en collaboration avec Marc Lelarge et Laurent Massoulié.

- 15h50-16h20 : Pause café
- 16h20-17h10 : **Jérôme Casse** (LaBRI, Université de Bordeaux)
Mouvement brownien, et autres processus, itérés ad libitum

Soit B_1, B_2, \dots une suite infinie de mouvements browniens bilatères indépendants. Nous considérons $I_n(t) = B_n(\dots B_2(B_1(t))\dots)$ le mouvement brownien itéré n fois. En 2014, Curien et Konstantopoulos ont prouvé, entre autres, que pour des t_i distincts et non nuls, $(I_n(t_1), \dots, I_n(t_k))$ converge en loi vers une limite $I[k]$ indépendante de (t_1, \dots, t_k) , échangeable et ont donné des éléments sur la limite de la mesure d'occupation des (I_n) . Dans cet exposé, nous allons donner une description de $I[k]$ pour tout k . Nous montrerons aussi sous quelles conditions les lois finies-dimensionnelles des processus stables itérés n fois convergent et nous évoquerons la convergence d'autres processus itérés tel que le mouvement brownien réfléchi itéré n fois.

◁ ◁ ◊ ▷ ▷

Mardi 2 juin

- 9h-9h50 : **Igor Kortchemski** (CNRS, CMAP, École polytechnique)
Ontogenèse des arbres construits par attachement préférentiel

On s'intéressera au comportement asymptotique d'arbres aléatoires construits récursivement par attachement préférentiel linéaire, qui sont aussi connus dans la littérature sous le nom d'arbres de Barabási-Albert ou encore arbres plans récurifs. On se demandera dans quelle mesure l'arbre initial influe sur le comportement en temps long de ce processus, et nous verrons que cette question est en fait reliée aux limites d'échelle de leurs « arbres à boucles ».

Travail en collaboration avec N. Curien, T. Duquesne et I. Manolescu.

- 9h50-10h40 : **Loïc de Raphélis** (LPMA, Universités Paris 6/7)

Convergence en loi de la fonction de hauteur de la marche aléatoire en milieu aléatoire

Soit un arbre de Galton-Watson à arêtes pondérées. Considérons la marche aux plus proches voisins sur cet arbre, avec probabilités de transition proportionnelles au poids des arêtes.

Nous nous intéressons à la fonction de hauteur de la marche dans l'arbre. Plus particulièrement, nous montrerons que celle-ci bien renormalisée converge en loi vers le mouvement brownien réfléchi. Notre exposé s'attachera à expliquer l'idée derrière la preuve, qui consiste à relier cette fonction de hauteur à la fonction de hauteur de la trace de la marche.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec Elie Aïdékon.

- 10h40-10h10 : Pause café

- 11h10-12h : **Marie Albenque** (CNRS, LIX, École polytechnique)

Convergence des p -angulations impaires

Miermont et Le Gall ont montré que pour $p = 3$ ou p pair, les p -angulations correctement normalisées convergent vers la carte brownienne. Je m'intéresserai dans mon exposé au cas p impair. Prouver le cas p impair revient essentiellement à généraliser des résultats de Marckert et Miermont portant sur la convergence d'arbres étiquetés vers le serpent brownien. Mon exposé sera principalement consacré à la preuve de ces nouveaux résultats de convergence.

Travail en commun avec Louigi Addario-Berry (McGill University).

Repas sur place

- 13h45-14h35 : **Jean-François Le Gall** (Département de mathématiques, Université Paris Sud)

Percolation de premier passage sur les cartes aléatoires

Nous considérons de grandes cartes aléatoires, où on affecte de manière indépendante une longueur aléatoire de loi fixée à chaque arête. La distance de percolation de premier passage entre deux sommets correspond alors à la longueur minimale d'un chemin entre ces deux sommets. Nous montrons dans différents modèles que cette distance se comporte asymptotiquement comme la distance de graphe multipliée par un facteur déterministe. En particulier, les boules pour la percolation de premier passage sont proches de boules "déterministes" pour la distance de graphe.

Travail en collaboration avec Nicolas Curien.

- 14h35-15h25 : **Shen Lin** (DMA, École normale supérieure, Paris)

Mesure harmonique près d'un point typique sur un grand arbre de Galton-Watson

Considérons un arbre de Galton-Watson critique conditionné à survivre à la hauteur n . La mesure harmonique au niveau n est la loi du point d'atteinte de la hauteur n par une marche aléatoire simple sur cet arbre. Supposons que la loi de reproduction critique est de variance finie. Alors il est bien connu que le cardinal de l'ensemble des sommets de l'arbre au niveau n est de l'ordre de n . Néanmoins, Curien et Le Gall ont prouvé en 2013 qu'il existe une constante universelle $a = 0.78\dots$ telle que la mesure harmonique au niveau n est portée, à un ensemble de masse arbitrairement petite près, par un ensemble de cardinal de l'ordre de n^a . Dans cet exposé, nous présentons l'existence d'une nouvelle constante universelle $b = 1.21\dots$ telle que, avec grande probabilité, la mesure harmonique portée par un sommet typique à la hauteur n est de l'ordre de n^{-b} .

- 15h30 : fin des journées